Om fotonen, dens fødsel og mulige rumlige lokalisering

Jacob Broe og Ole Keller
Institut for Fysik
Aalborg Universitet
Pontoppidanstræde 103
9220 Aalborg Øst

Abstrakt

Det beskrives, hvorledes man i analogi med Schrödingerligningen for massive partikler kan indføre en Schrödingerligning for fotoner i det tomme rum. Brug af den hertil knyttede såkaldte energibølgefunktion, der er et seks-vektor objekt, muliggør studier af polykromatiske fotoners rumlige dynamik. En foton koblet til et atom (stof) er ikke længere et robust objekt, og fødselsdomænet for en foton udsendt fra et atom har almindeligvis en meget større udstrækning end selve atomet, og dette bevirker at fotonen ikke er absolut lokaliserbar. Der redegøres for, hvorledes den manglende lokaliserbarhed inden for rammerne af kvanteelektrodynamikken kan give anledning til observation af såkaldt superluminent lys, hvis effektive udbredelseshastighed i en-foton tunnelprocesser kan synes større end lyshastigheden i det tomme rum uden at Einstein kausaliteten herved overtrædes.

Indledende bemærkninger

I den moderne notation er fotoner, som andre elementarpartikler, ekcitationer i et underliggende kvantefelt, i fotonens tilfælde det elektromagnetiske felt. Så vidt vides er fotoner fuldstændigt beskrevet inden for kvanteelektrodynamikkens rammer. I et hjørne af kvanteelektrodynamikken hører kvanteoptikken, der er blevet så vigtig og populær i de seneste årtier, hjemme. I den rigoristiske teori gøres brug af såkaldt anden-kvantisering, og længe troede man, at en første-kvantiseret teori vanskeligt (umuligt) kunne opstilles modsigelsesfrit i det direkte rum (men godt i impulsrummet), da fotoner ikke er helt lokaliserbare. Ved introduktion af den såkaldte energibølgefunktion synes første-kvantiseringsproblemet løst. Ved opgradering til anden-kvantisering fås den rigoristiske teori indeholdende vakuum-fluktuationer i det fotontomme rum og en bekvem mulighed for at studere overordnede træk af mange-foton systemer.

Vi giver her en beskrivelse af den første-kvantiserede rum-tids beskrivelse af en foton alene i verden, beretter derefter om hvorledes vi i vores egen forskning har søgt at udvide den eksisterende teori så også en polykromatisk fotons fødselsproces i rum og tid (ved udsendelse fra et atom) kan beskrives i detaljer. Et studium af fotonens fødsel giver os mulighed for at bestemme den principielle grænse for, hvor godt en foton kan lokaliseres i rummet, og svaret holder også i den rigoristiske kvanteelektrodynamiske teori, hvor feltoperatorer og disses kommutatorrelationer spiller en central rolle. Slutteligt omtales det kort, hvorledes studier af enkelte fotoners rumlige lokalisering har tilladt os at opstille en ny ikke-lokal teori for én-foton tunnelprocesser, der kan beskrive superluminente fænomener, uden at Einstein kausaliteten bringes i fare.

Schrödingerligningen for en fri foton

I det partikel-tomme rum er fotonen en robust partikel, som hverken kan fødes eller dø. Inden for rammerne af den urelativistiske kvantemekanik er også massive partikler, som eksempelvis elektroner, robuste objekter, hvis fysiske forhold kan beskrives v.h.a. en mange-partikel Schrödingerligning. I en-partikel teorien for en spinløs elektron er den centrale størrelse den skalære bølgefunktion $\psi(\mathbf{r}, t)$, som i rum ($\mathbf{r}$) og tid (t) beskriver elektronens dynamik. Absolutkvadratet $|\psi(\mathbf{r}, t)|^2$ fortolkes som en sandsynlighedstæthed, der angiver muligheden for ved en positionsmåling til tiden t at finde elektronen lokaliseret på stedet $\mathbf{r}$. For en fri partikel tilfredsstiller bølgefunktionen den simple Schrödingerligning

$$H\psi(\mathbf{r},t) = i\hbar \frac{\partial}{dt}\psi(\mathbf{r},t), \tag{1}$$

hvor $H = \mathbf{p}\cdot\mathbf{p}/(2m)$ er Hamiltonoperatoren (for den kinetiske energi) og $\hbar$ Planck's konstant h divideret med 2π. I udtrykket for H er $\mathbf{p} = (\hbar/i)\nabla$ partiklens impulsoperator i stedrepræsentationen og m dens masse.

I analogi med ovennævnte forekommer det fristende at søge opstillet en Schrödinger-lignende rum-tid beskrivelse også for frie fotoner. Som bekendt er fotoner knyttet til det elektromagnetiske felt, og det synes derfor nærliggende at knytte den frie fotons bølgefunktion tæt til feltvektorerne for det elektriske og magnetiske felt. Dette er blevet gjort på forskellig vis i tidens løb, og de enkelte tilknytninger har haft deres fordele og ulemper.[1,2] Da det ikke her er muligt at redegøre for det historiske forløb, vil vi springe direkte til den beskrivelse, der i løbet af 1990'erne er blevet den foretrukne, ikke mindst fordi alle ulemper her synes at være fjernet. Udgangspunktet er de komplekse (imaginær enhed i) og specifikke Riemann-Silberstein (RS) vektorer givet ved[3]

$$\mathbf{f}_{\pm}(\mathbf{r},t) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{2}}\left[\mathbf{e}_T(\mathbf{r},t) \pm ic_0\mathbf{b}(\mathbf{r},t)\right], \tag{2}$$

hvor $\mathbf{e}_T(\mathbf{r},t)$ og $\mathbf{b}(\mathbf{r},t)$ er et sæt af elektriske ($\mathbf{e}_T(\mathbf{r},t)$) og magnetiske ($\mathbf{b}(\mathbf{r},t)$) feltvektorer, som opfylder de klassiske Maxwell ligninger i vakuum, c_0 er lysets (numeriske) hastighed i det tomme rum, og ε_0 vakuums dielektricitetskonstant. Utraditionelt har vi angivet feltvektorerne ved små bogstaver for at understrege at disse er knyttet til netop én foton (via en normering; herom senere).

Indekset T på det elektriske felt angiver at dette er transversalt (egentligt divergensfrit) i vakuum. Da det magnetiske felt jo altid er divergensfrit er

$$\nabla \cdot \mathbf{f}_{\pm}(\mathbf{r},t) = 0, \tag{3}$$

en betingelse som indeholder to af de fire Maxwell ligninger for felter i vakuum. De to resterende er opfyldt dersom *RS*-vektorerne opfylder de partielle differentialligninger

$$\pm c_0 \hbar \nabla \times \mathbf{f}_{\pm}(\mathbf{r},t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{f}_{\pm}(\mathbf{r},t). \tag{4}$$

Størrelsen $\hbar$ indgår ikke i de klassiske Maxwell ligninger og kan naturligvis divideres bort i Lign. 4, men ved netop at bevare $\hbar$ ses at højresiderne af Lign. (1) og (4) er identiske. Indføres nu en spin-1 vektor $\mathbf{s} = (s_x, s_y, s_z)$ med Kartesiske komponenter givet ved

$$s_x = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{Bmatrix}, \quad s_y = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{Bmatrix}, \quad s_z = \begin{Bmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \tag{5}$$

i matrix repræsentationen, kan Lign. (4) omskrives til

$$H_{\pm} \mathbf{f}_{\pm}(\mathbf{r},t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{f}_{\pm}(\mathbf{r},t), \tag{6}$$

hvor

$$H_{\pm} = \pm c_0 \mathbf{s} \cdot \left(\frac{\hbar}{i} \nabla \right). \tag{7}$$

Vi har nu opnået en Schrödinger-agtig ligning for hver af de to *RS*-vektorer, hvor $H_{\pm}$'erne optræder som Hamiltonoperatorer. Årsagen til at vi har to Schrödingerligninger vil blive beskrevet i næste afsnit. Det bemærkes at fotonens (midlertidige) bølgefunktion, $\mathbf{f}_{\pm}(\mathbf{r},t)$, er en vektoriel størrelse med tre komponenter, som dog må opfylde bibetingelsen i Lign. (3). I modsætning hertil har den spinløse elektron kun én komponent, dog to dersom denne partikels spin-½ dynamik indregnes (og fire i den relativistiske beskrivelse hvor elektronens robusthed må opgives).

Energi og helicitet af en fri foton hvis impuls er fastlagt

Overføres Schrödingerligningerne i Lign. (6) til impulsrepræsentation (**p**-repræsentation), dvs. $\mathbf{f}_{\pm}(\mathbf{r},t) \Rightarrow \mathbf{f}_{\pm}(\mathbf{p},t)$, og søges stationære løsninger af den sædvanlige form, dvs.

$$\mathbf{f}_{\pm}(\mathbf{p},t) = \mathcal{F}_{\pm}(\mathbf{p}) \exp\{-i\omega t\}, \tag{8}$$

fås følgende egenværdiligninger (tidsuafhængige Schrödingerligninger):

$$\pm c_0 \mathbf{s} \cdot \mathbf{p} \mathcal{F}_{\pm}(\mathbf{p}) = \hbar\omega \mathcal{F}_{\pm}(\mathbf{p}). \tag{9}$$

Det følger efter nogen regning, at de mulige egenværdier for fotonens energi $E = \hbar\omega\ (\omega > 0)$ skal opfylde ligningen

$$E\left[E^2 - (c_0 p)^2\right] = 0. \tag{10}$$

Egenværdien $E = 0$ må forkastes, da dens tilhørende egenvektor er rettet parallelt med **p** og derfor ikke opfylder betingelsen i Lign. (3) om divergensfrihed, her udtrykt ved $\mathbf{p}\cdot\mathcal{F}_{\pm} = 0$. Med kravet om positiv fotonenergi er den anden løsning til Lign. (10), med $|\mathbf{p}| = p$,

$$E = c_0 p, \tag{11}$$

dvs. netop dispersionrelationen for en partikel, hvis hvilemasse er nul. Lader vi for enkeltheds skyld koordinatsystemets z-akse være sammenfaldende med **p**-retningen giver egenværdien i Lign. (11) følgende to normerede (N) egenvektorer

$$\mathcal{F}^{N}_{\pm}(\mathbf{p}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{Bmatrix} 1 \\ \pm i \\ 0 \end{Bmatrix}. \tag{12}$$

Riemann-Silberstein vektorerne $\mathbf{f}_+$ og $\mathbf{f}_-$ er derfor knyttet til fotoner med henholdsvis positiv og negativ helicitet (højre- og venstredrejende cirkulær polarisation); se også Fig. 1.

Den analytiske foton

Vi har midlertidigt betragtet Riemann-Silberstein vektorerne $\mathbf{f}_+(\mathbf{r},t)$ og $\mathbf{f}_-(\mathbf{r},t)$ som de vektorielle bølgefunktionener for frie fotoner med henholdsvis positiv og negativ helicitet. Da vi imidlertid ønsker, at monokromatiske fotoner skal have positiv energi, og dermed forlanger at $\omega = E/\hbar$ skal være større end nul, vil vi syntetisere såkaldte polykromatiske frie fotoner alene vha. positive cykliske frekvenser. Betegner $\mathbf{e}_T(\mathbf{r};\omega)$ og $\mathbf{b}(\mathbf{r};\omega)$ således de tidsligt Fouriertransformerede af $\mathbf{e}_T(\mathbf{r},t)$ og $\mathbf{b}(\mathbf{r},t)$ indfører vi nu de analytiske *RS*-vektorer

$$\mathbf{f}^{(+)}_{\pm}(\mathbf{r},t) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{2}} \int_0^{\infty} [\mathbf{e}_T(\mathbf{r};\omega) \pm ic_0 \mathbf{b}(\mathbf{r};\omega)] \exp\{-i\omega t\}\, d\omega, \tag{13}$$

hvor (+)-indekset på *RS*-vektorerne skal minde os om, at der kun summeres over positive frekvenser. Analytiske signaler er velkendte i den klassiske optik og spiller eksempelvis en stor

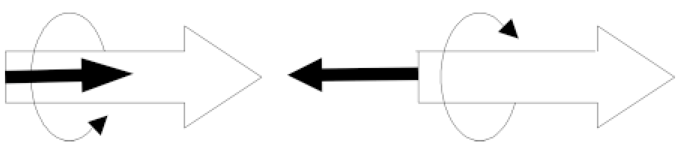


Fig. 1. Dersom en fotons impuls (hvid pil) og spin (sort pil) peger i samme retning (venstre figur) siges fotonen at have positiv helicitet. Sættes mange fotoner med positiv helicitet sammen fås et makroskopisk elektromagnetisk felt med højredrejende cirkulær polarisation (som antydet). Hvis fotonens impuls og spin er modsatrettede har fotonen negativ helicitet, svarende i den makroskopiske grænse til venstredrejende cirkulær polarisation.

rolle i koherænsteori.[4] I kvanteoptikken er analytiske signaler uomgængelige ved beskrivelsen af detektionsprocesser for fotoner.[4]

De Riemann-Silberstein vektorer, $\mathbf{f}_{\pm}^{(-)}(\mathbf{r},t)$, der fremkommer ved superposition af alene negative frekvenser (angivet ved indeks (−)) beskriver antifotoner. Da feltvektorerne $\mathbf{e}_T(\mathbf{r},t)$ og $\mathbf{b}(\mathbf{r},t)$ er reelle størrelser, er $\mathbf{e}_T(\mathbf{r};-\omega) = \mathbf{e}_T^*(\mathbf{r};\omega)$ og $\mathbf{b}(\mathbf{r};-\omega) = \mathbf{b}^*(\mathbf{r};\omega)$ og Riemann-Silberstein vektorerne $\mathbf{f}_{\pm}^{(+)}(\mathbf{r},t)$ og $\mathbf{f}_{\pm}^{(-)}(\mathbf{r},t)$ indeholder følgelig på sin vis samme information, et forhold man udtrykker ved at sige, at fotonen er identisk med sin egen antipartikel, antifotonen. Dersom man insisterer på, at begrebet elektromagnetisk energitæthed skal have fysisk realitet, er det nyttigt at betragte fotonen og antifotonen som (ortogonale) egentilstande af et en-partikel felt.

Så længe vi begrænser os til studier af fotoner i det tomme rum, er det for så vidt muligt at benytte $\mathbf{f}_{\pm}^{(+)}(\mathbf{r},t)$ og $\mathbf{f}_{\pm}^{(-)}(\mathbf{r},t)$ som bølgefunktioner for fotoner med modsat helicitet, da disse ikke vekselvirker. Når fotoners vekselvirkning med stof (massive partikler) inddrages i analysen vil de to heliciteter normalt kobles, og det har derfor vist sig nyttigt at lade fotonens bølgefunktion, nu kaldet $\mathbf{\Phi}(\mathbf{r},t)$ i rum-tid beskrivelsen, være seks-komponent objektet[2]

$$\mathbf{\Phi}(\mathbf{r},t) \equiv \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_{+}^{(+)}(\mathbf{r},t) \\ \mathbf{f}_{-}^{(+)}(\mathbf{r},t) \end{Bmatrix}, \tag{14}$$

eller som man siger en to-komponent spinor med vektorielle komponenter. Det er muligt at reducere bølgefunktionen til fire komponenter ved at benytte vektor- og skalarpotentialer i stedet for de elektriske og magnetiske felter.[5] Alle fysiske måleresultater vil være ens i de to således ækvivalente beskrivelser, men den tekniske pris for at reducere fotonens bølgefunktion fra en seks- til en fire-komponent størrelse er, at den frie foton nu er beskrevet ved en gauge-afhængig bølgefunktion.

Dersom man multiplicerer $\mathbf{\Phi}(\mathbf{r},t)$ skalært med den Hermitesk konjugerede, $\mathbf{\Phi}^{\dagger}(\mathbf{r},t)$, og derefter integrerer over hele det tomme rum fås nu præcist den samlede (klassiske) energi i det elektromagnetiske felt. Energien

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{\Phi}^{\dagger}(\mathbf{r},t) \cdot \mathbf{\Phi}(\mathbf{r},t)\, d^3r \tag{15}$$

identificeres således som fotonens energi, og vi kan med nogen ret hævde, at $\mathbf{\Phi}^{\dagger}(\mathbf{r},t)\cdot\mathbf{\Phi}(\mathbf{r},t)$ i vores såkaldt første-kvantiserede beskrivelse repræsenterer én-fotonfeltets energitæthed. Den beskrevne teori kan opgraderes til såkaldt anden-kvantisering og her repræsenterer $\mathbf{\Phi}^{\dagger}(\mathbf{r},t)\cdot\mathbf{\Phi}(\mathbf{r},t)d^3r$ på statistisk vis den unormerede sandsynlighed for ved måling til tidspunktet t at finde fotonens energi lokaliseret i det infinitesimale volumenelement d^3r. Da fotonens bølgefunktion $\mathbf{\Phi}(\mathbf{r},t)$ således er nært knyttet til fotonens energi, kaldes $\mathbf{\Phi}(\mathbf{r},t)$ fotonens energi-bølgefunktion.

Om det domæne hvor fotonen fødes (eller dør)

I den urelativistiske kvanteteori er det i princippet muligt rumligt at lokalisere en spinløs fri elektron fuldstændigt. Transversalitetsbetingelsen i Lign. (3) gør imidlertid, at det ikke er muligt tilsvarende at lokalisere en foton fuldstændigt i rummet. Da lokaliseringsproblemet for fotoner er af interesse fra en fundamental synsvinkel,[4] og i praksis spiller en rolle ved beskrivelsen af én-foton (og fler-foton) detektionsprocesser,[4] har man i en årrække ved studier af det frie foton-felt kvanteoptisk søgt at opnå et principielt svar på, hvor grænsen for den rumlige lokalisering af en foton ligger.[4] Et sådant svar vil naturligvis være af interesse inden for f.eks. nærfeltsoptikken, hvor man vha. lys søger at opnå viden om materielle egenskaber på en længdeskala (væsentligt) mindre end lysets bølgelængde. Nyligt har den ene af os (Ole Keller) fremsat det synspunkt, at lokaliseringsproblemet ikke kan løsrives fra problemet om, hvorledes en foton fødes (eller dør) i rum og tid ved vekselvirkning med stof. Synspunktet er begrundet ved opstilling af en kvanteelektrodynamisk teori for den rumlige lokalisering af en foton udsendt fra et enkelt atom.[6] Med udgangspunkt i denne teori søger vi i øjeblikket at opstille en én-foton teori for den optiske tunnelproces[7,8] med udgangspunkt i den opfattelse, at én-foton tunnelprocessen er en måde, hvorpå en fotons manglende evne til at lade sig lokalisere fuldstændigt i rummet kan studeres.[9] I de følgende afsnit vil vi kort redegøre for ovennævnte beskrivelse af lokaliseringsproblemet.

Under tilstedeværelse af stof kan fotoner (endog let) skabes og tilintetgøres. For at beskrive sådanne proceser for enkelte fotoner tager vi udgangspunkt i de generelle mikroskopiske Mawxell ligninger, hvor stof kun optræder i form af mikroskopiske strøm- og ladningstætheder, og opstiller en bølgeligning for den analytiske del, $\mathbf{e}_T^{(+)}(\mathbf{r},t)$, af det transversale (divergensfrie) elektriske felt, nemlig

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathbf{e}_T^{(+)}(\mathbf{r},t) = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}_T^{(+)}(\mathbf{r},t)}{\partial t}, \tag{16}$$

hvor $\mathbf{J}_T^{(+)}(\mathbf{r},t)$ er den analytiske og transversale del af den eksisterende elektroniske strømtæthed, $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$, i det tilstedeværende stof, og μ_0 er vakuumpermeabiliteten. Det er vigtigt her at understrege, at et vilkårligt vektorfelt i et givet koordinatsystem altid på entydig måde kan opdeles i en divergens- og rotationsfri (transversal og longitudinal) del. Det transversale elektriske vektorfelt, der optræder i Lign. (16), er derfor knyttet både til den stoffri del af rummet og til de områder, hvor den kvantemekaniske partikeltæthed er forskellig fra nul. Når en foton fødes, er vi tilbøjelige til at sige, at den skabes i det område af rummet, hvor den tidsafledede af den herskende strømtæthed ($\partial\mathbf{J}(\mathbf{r},t)/\partial t$) er forskellig fra nul altså set med "elektronens øjne" groft sagt (men ikke præcist) fra det område i rummet, hvor den atomare ladningstæthed er forskellig fra nul. Dette områdes udstrækning er typisk af størrelsesordenen 1-10 Bohrradier. Set med "fotonens øjne" er det imidlertid den tidsafledede af den transversale del af strømtætheden (eller korrekt dens analytiske del), der er kildeområdet, da fotonen kun "ser" atomets transversale partikeldynamik, jf. Lign. (16). I en kvanteelektrodynamisk formulering i Coulomb gaugen, hvor Maxwell ligningerne i sædvanlig form holder mellem feltoperatorerne og de dynamiske partikel-variable gælder Lign. (16) stadig. Det (måske) overraskende er nu at $\mathbf{J}_T^{(+)}(\mathbf{r},t)$ og $\mathbf{J}^{(+)}(\mathbf{r},t)$, eller ækvivalent hermed $\mathbf{J}_T(\mathbf{r},t)$ og $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$, ikke er rumligt sammenfaldende. Formelt er sammenhængen givet ved

$$\mathbf{J}_T^{(+)}(\mathbf{r},t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{\vec{\delta}}_T(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}^{(+)}(\mathbf{r}',t)\, d^3r', \tag{17}$$

hvor $\vec{\vec{\delta}}_T(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ er den såkaldte (dyadiske) transversale deltafunktion, en tensorstørrelse der indtager en central plads f.eks. i tilknytning til kommutatorrelationen mellem den transversale vektorpotential operator og den hertil hørende kanoniske impuls. Integral-relationen i Lign. (17) giver en rumligt set ikke-lokal sammenhæng mellem $\mathbf{J}_T^{(+)}$ og $\mathbf{J}^{(+)}$. Tidsligt set er relationen lokal. De to ovennævnte forhold er efter vores opfattelse vigtige, når Einstein kausalitet drøftes eksempelvis i relation til foton tunnelprocesser og såkaldte "entangled states",[4] hvori fotoner indgår. Opfattes atomet i en naiv model som punktformigt (og anbragt i hvile i $\mathbf{r}'=0$) således at $\mathbf{J}^{(+)}(\mathbf{r}',t)=\mathbf{J}_0^{(+)}(t)\,\delta(\mathbf{r}')$, hvor $\delta(\mathbf{r}')$ er Dirac's deltafunktion fås

$$\mathbf{J}_T^{(+)}(\mathbf{r},t)=\frac{2}{3}\delta(\mathbf{r})\mathbf{J}_0^{(+)}(t)-\frac{1}{4\pi r^3}\left(\vec{\vec{U}}-3\hat{r}\hat{r}\right)\cdot\mathbf{J}_0^{(+)}(t), \qquad (18)$$

hvor $\vec{\vec{U}}$ er en enhedstensor, og $\hat{r}=\mathbf{r}/r$ en enhedsvektor i radiær retning fra atomet. Det fremgår af det sidste led i Lign. (18) at fotonen opfatter kildeområdet for fødselsprocessen som værende udstrakt over atomets nærfeltszone (r^{-3}-zonen); altså "spørger vi fotonen" om atomets størrelse, vil den sige, at denne er meget større end udstrækningen af elektronfordelingen, som ville være "elektronens svar" (Fig. 2). Det første led i Lign. (18) er det såkaldte kontaktled, og kun fordi vi ufysisk har antaget, at elektronfordelingen er perfekt lokaliseret er dette bidrag singulært. For et atom med (korrekt) endelig størrelse, der udsender fotonen fra en elektrisk-dipol tilladt overgang, vil lokalisering altid være som nærfeltszonen (r^{-3}-zonen) knyttet til den pågældende overgang. Ved en realistisk beregning, som vi ikke skal præsentere her, er strømtætheden, der indgår i det ovenstående, nært (og direkte) knyttet til en vægtet fordeling af de mikroskopiske overgangsstrømtætheder, der optræder i det optiskt aktive atom. Disse kan undertiden beregnes selvkonsistent ved kombination af Schrödingerligningen og Maxwell ligningerne.

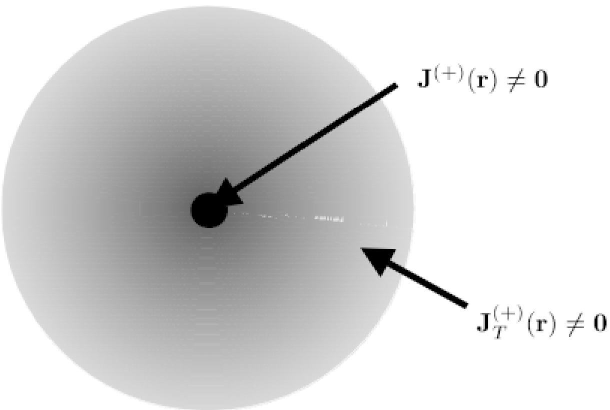


Fig. 2. Når en foton udsendes fra en elektrisk dipolovergang i et optisk aktivt atom er elektronen og fotonen ikke enige om kildeområdets størrelse. Set med elektronens øjne er kildeområdet sammenfaldende med det område i rummet, hvor den kvantemekaniske partikel-strømtæthed $\mathbf{J}^{(+)}$ er forskellig fra nul (dvs. af samme størrelsesorden som atomets elektroniske domæne (sort plet)). Set med fotonens øjne er kildeområdet sammenfaldende med den transversale del $\mathbf{J}_T^{(+)}$ af $\mathbf{J}^{(+)}$, og som antydet i gråt meget større.

En polykromatisk fotons fødsel i rum og tid

Når en foton udsendes fra et atom tager fødselsprocessen altid kun en begrænset (endelig) tid, nemlig den tid i hvilken atomet er elektrodynamisk aktivt. En sådan foton kan derfor ikke være monokromatisk, men efter fødslen er den i en egentilstand for energien, men E er ikke lig $\hbar\omega$. Bemærk at vi i ovennævnte sammenhæng ikke tænker på Heisenbergs ubestemthedsrelation for energi og (måle)tid. Denne indgår ved detektion af den udsendte foton på en måde vi ikke skal diskutere her.

Man kan få et indtryk af sammenhængen mellem fotonens fødselsproces,og det faktum, at en én gang født foton, nødvendigvis må udbrede sig med lysets hastighed, ved at omskrive Lign. (16) på propagator (Green's funktion) form. Denne er

$$\mathbf{e}_T^{(+)}(\mathbf{r},t)=\mu_0\int_{-\infty}^{\infty}\vec{\vec{d}}(\mathbf{R},\tau)\cdot\frac{\partial\mathbf{J}_T^{(+)}(\mathbf{r}',t)}{\partial t'}d^3r'dt', \qquad (19)$$

hvor den isotrope elektromagnetiske propagator er givet ved

$$\vec{\vec{d}}(\mathbf{R},\tau)=-\frac{1}{4\pi R}\delta\left(\frac{R}{c_0}-\tau\right)\vec{\vec{U}} \qquad (20)$$

med forkortelserne $\mathbf{R}=\mathbf{r}-\mathbf{r}'$ og $\tau=t-t'$. Fra et givet kildepunkt i fødselsområdet udbreder det infinitesimale bidrag til fotonens elektriske felt sig således altid med hastigheden c_0, og det fremgår, at i det øjeblik atomet starter sin udsendelse af fotonen (lad os sige til $t=0$) er dennes lokalisering bestemt af $\partial\mathbf{J}_T^{(+)}(\mathbf{r}',t')/\partial t'$-fordelingen til $t=0^+$. Lign. (18) viser også, at kun begivenheder på lyskeglen $R=c_0\tau$ er koblede, når $\mathbf{J}_T^{(+)}(\mathbf{r}',t')$ identificeres som fotonens kildeområde (se Fig. 3). På propagator form er sammenhængen mellem de analytiske dele af det mikroskopiske magnetfelt og atomets strømtæthed endvidere

$$\mathbf{b}^{(+)}(\mathbf{r},t)=\frac{\mu_0}{c_0}\int_{-\infty}^{\infty}\vec{\vec{m}}(\mathbf{R},\tau)\cdot\frac{\partial\mathbf{J}_T^{(+)}(\mathbf{r}',t')}{\partial t'}d^3r'dt', \qquad (21)$$

hvor, med $\hat{R}=\mathbf{R}/R$,

$$\vec{\vec{m}}(\mathbf{R},\tau)=\left[-\frac{1}{4\pi R}\delta\left(\frac{R}{c_0}-\tau\right)-\frac{c_0}{4\pi R^2}\theta\left(\tau-\frac{R}{c_0}\right)\right]\vec{\vec{U}}\times\hat{R} \qquad (22)$$

er den magnetiske feltpropagator. Tilstedeværelsen af Heavisides stepfunktion (θ) i Lign. (20) indebærer, at fotonens magnetfelt i mellem-felts zonen (R^{-2} området) også er forskellig fra nul bag lyskeglen (uden dette bidrag ville det transversale sæt af mikroskopiske Maxwell ligninger ikke være opfyldt). Den rumlige fordeling af magnetfeltet knyttet til et bestemt kildepunkt i $\mathbf{J}_T^{(+)}$-fordelingen er vist i Fig. 3.

Lad os nu antage, at atomet er optiskt aktivt i tidsintervallet $0\le t\le t_0$. I dette tidsinterval er fotonen ved at blive født og er teknisk set således koblet til atomet. Modsigelsesfrit kan man derfor kun tillægge det samlede atom-foton system fysisk mening. Vi skal ikke her komme nærmere ind på den interessante analyse,

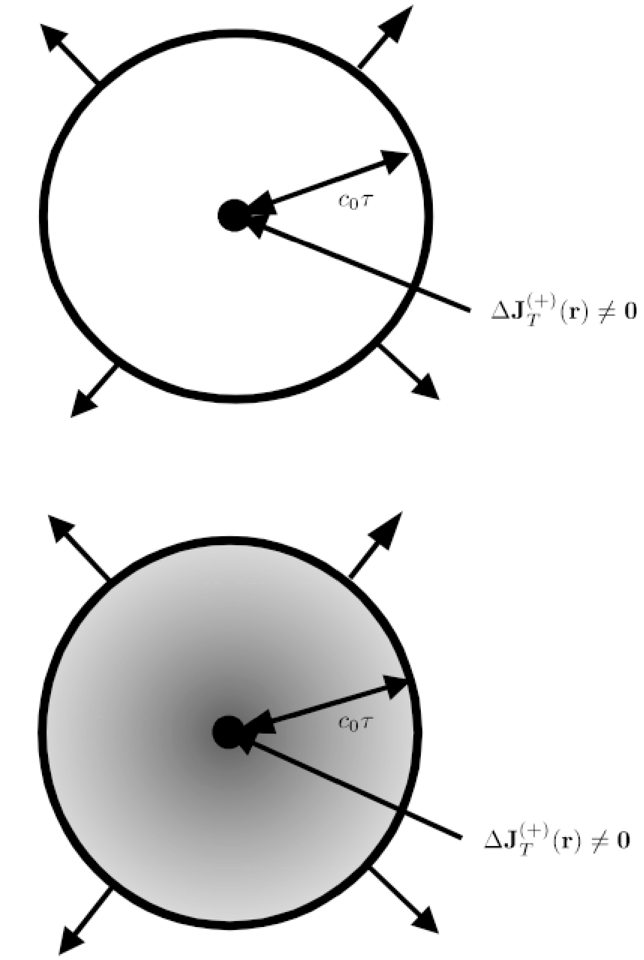


Fig. 3. Fotonens elektriske og magnetiske felter kan syntetiseres ved at addere bidragene fra infinitesimalt store delområder i $\mathbf{J}_T^{(+)}$*-fordelingen. Som antydet på den øverste figur er det elektriske felt fra strømkilden* $\Delta\mathbf{J}_T^{(+)}$ *lokaliseret på lyskeglen (en kugleskal hvis radius udvider sig med farten* c_0*). Det magnetiske felt er forskellig fra nul ikke alene på kugleskallen men også bag denne (som antydet i gråt).*

som beskriver hvorledes energien svinger frem og tilbage mellem fotonen og atomet i udbredelsesprocessen. Ved at knytte fotonfostret til den transversale del af feltet og bruge $\mathbf{J}_T^{(+)}$ som kildeområde opnår man, at fotonfostret under hele skabelsesprocessen ligner en født foton mest muligt. Fotonfostret $\mathbf{\Psi}(\mathbf{r},t)$ er beskrevet ved seks-komponent objektet

$$\mathbf{\Psi}(\mathbf{r},t) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{2}} \begin{Bmatrix} \mathbf{e}_T^{(+)}(\mathbf{r},t) + ic_0\mathbf{b}^{(+)}(\mathbf{r},t) \\ \mathbf{e}_T^{(+)}(\mathbf{r},t) - ic_0\mathbf{b}^{(+)}(\mathbf{r},t) \end{Bmatrix}, \qquad (23)$$

hvor $\mathbf{e}_T^{(+)}(\mathbf{r},t)$ og $\mathbf{b}^{(+)}(\mathbf{r},t)$ er givet ved Lign. (19) og (21). Når $t > t_0$ er fotonen født, og der gælder således

$$\mathbf{\Psi}(\mathbf{r},t(>t_0)) = \mathbf{\Phi}(\mathbf{r},t) \qquad (24)$$

Den fødte fotons feltbidrag fra et bestemt $\mathbf{J}_T^{(+)}$ kildepunkt er som vist på Fig. 4 kun forskellig fra nul på og mellem de to lyskegler $R = c_0(t-t_0)$ og $R = c_0t$.

Superluminent lys, fup eller faktum?

I tilknytning til tunnelprocessen for fotoner er det blevet hævdet, at information kan overføres med lys fra et sted til et andet med en hastighed, der overstiger lyshastigheden i vakuum. Synspunktet har bl.a. rod i eksperimenter, der viser, at et fotonpar genereret ved en ulineær optisk proces, og derefter delt således, at den ene foton passerer et tunnelgab og den anden løber uden om, ikke samtidigt når detektoren. Hvem af disse kommer først? Det gør fotonen, der underkastes tunnelprocessen! Dens “effektive” løbetid mellem kilde og detektor svarer til en udbredelsesfart større end c_0! Tilsyneladende kommer man således i konflikt med relativitets-teorien, og selvom man kunne håbe på det for at forny fysikken basalt, er vi nogle, som ikke tror tunneleffekten for fotoner giver relativitetsteorien dødsstødet. Man kan imidlertid ikke afvise tanken om eksistensen af superluminent lys ved at studere udbredelsesforholdene for klassisk lys, hvor sindrig ens beregning end måtte være.

I teoretiske studier af tunneleffekteten for lys har man altid antaget, at fotonens kildeområde er sammenfaldende med $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$ -fordelingen (eller for den sags skyld $\mathbf{J}^{(+)}(\mathbf{r},t)$-domænet). Indsætter vi nu Lign. (17) i Lign. (19) fås efter en teknisk set meget krævende beregning[6]

$$\mathbf{e}_T^{(+)}(\mathbf{r},t) = -\frac{1}{3\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{t}\mathbf{J}_T^{(+)}(\mathbf{r},t')dt' + \mu_0\int_{-\infty}^{\infty}\ddot{D}_T(\mathbf{R},\tau)\cdot\frac{\partial\mathbf{J}_T^{(+)}(\mathbf{r}',t')}{\partial t'}d^3r'dt', \qquad (25)$$

hvor den nye elektromagnetiske propagator er

$$\ddot{D}_T(\mathbf{R},\tau) = -\frac{1}{4\pi R}\delta\left(\frac{R}{c_0}-\tau\right)\left(\ddot{U}-\hat{R}\hat{R}\right) + \frac{c_0^2\tau}{4\pi R^3}\theta(\tau)\theta\left(\frac{R}{c_0}-\tau\right)\left(\ddot{U}-3\hat{R}\hat{R}\right). \qquad (26)$$

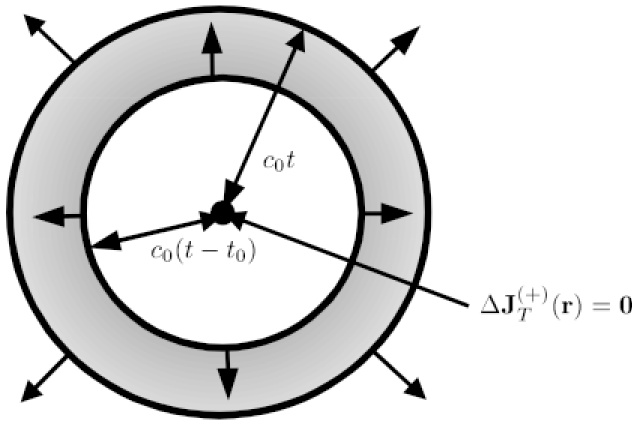
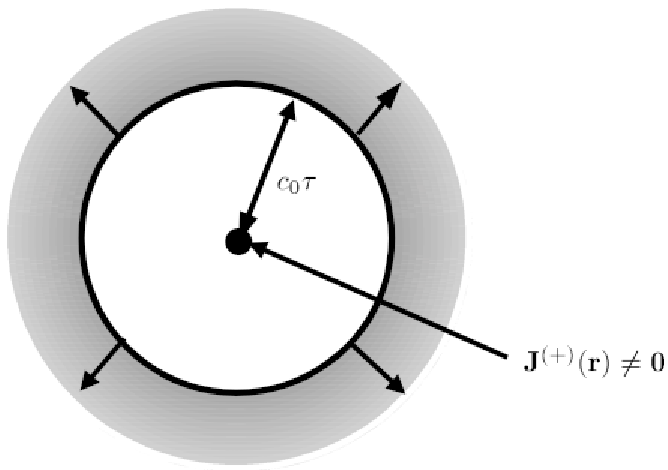


Fig. 4. Når atomet ikke længere er optisk aktiv er fotonen født, og bidraget til dennes elektriske felt fra kilden $\Delta\mathbf{J}_T^{(+)}$ *er lokaliseret på og mellem de to kugleflader* $R = c_0 t$ *og* $R = c_0(t-t_0)$*, idet vi har antaget, at atomet er aktivt i tidsintervallet* (0 | t).



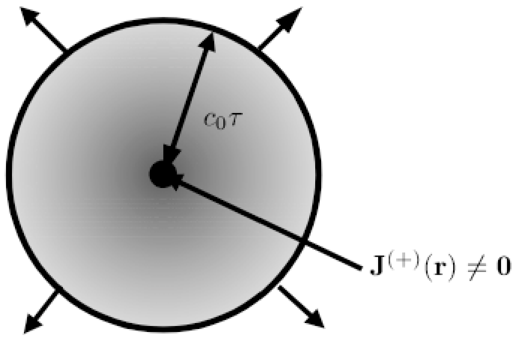


Fig. 5. Set med elektronens øjne er fotonens kildeområde groft sagt sammenfaldende med atomets elektroniske udstrækning. I dette tilfælde er fotonens elektriske felt forskellig fra nul på og foran lyskeglen givet ved $R = c_0\,\tau$ (øverste figur) og det magnetiske felt er forskellig fra nul på og bag lyskeglen (nederste figur).

Ved at opfatte $\mathbf{J}^{(+)}$-fordelingen som fotonens kildeområde viser stepfunktionen $\theta\,(R/c_0 - t)$ i det sidste led i Lign. (26) at fotonens elektriske felt er forskellig fra nul også foran lyskeglen, men kun i nærfeltszonen. På Fig. 5 er dette vist sammen med det tilhørende magnetfelt. I det billede, hvor $\mathbf{J}^{(+)}$-domænet opfattes som fotonens kilde, har vi således opnået et superluminent bidrag (også i detektoren). Nu er årsagen jo på sin vis klar: Dersom vi i beskrivelsen kunstigt forbedrer fotonens rumlige lokalisering betaler vi en pris, vi må nemlig "leve med" superluminens! Kvanteelektrodynamikkens ikke-lokalitetsprincip lever således godt med relativitetsteorien, og tunneleffekten for fotoner falder inden for kvanteelektrodynamikkens rammer, omend på en ikke helt ligetil måde.

Ved en senere lejlighed vil vi fortælle mere om den optiske tunneleffekt, som med baggrund i princippet om manglende perfekt rumlig lokalisering af fotoner, har optaget en stor del af vores forskning på det seneste. Såkaldt entanglement af flerfotontilstande, teleportation á lá Alice og Bob (og Victor) og informationsoverførsel fra sted til sted med en hastighed, der aldrig overstiger c_0 indgår også i Jacob og Oles opfattelse af grænserne for rumlig lokalisering af fotoner.

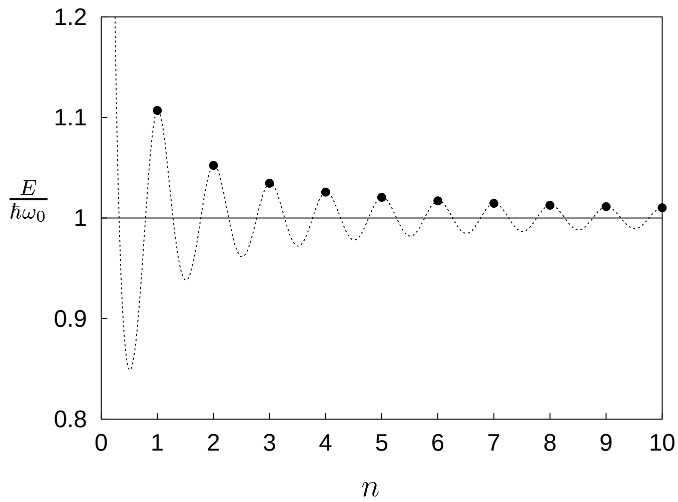


Fig. 6. Den normerede energi $E/\hbar\,\omega_0$ af en foton udsendt fra en harmonisk svingende (cyklisk frekvens: ω_0) atomar strømtæthed indeholdende et helt antal (n) perioder som funktion af n (diskret variabel). Den stiplede kurve har en form givet ved Lign. (28). Bemærk at energien E altid er større end lærebogsresultatet $\hbar\omega_0$, men nærmer sig dog hurtigt dette for voksende n.

Til forelæseren der bekymrer sig om sine studerende

En foton udsendes fra et punktformigt atom (og således kan atomet med rette opfattes i den elektriske-dipol tilnærmelse). Når strømmen i atomet efter en endelig tid er stoppet er fotonen født. Antager vi at atomstrømtætheden er givet ved

$$\mathbf{J}_0(t) = \mathbf{J}_0\left[\theta(t) - \theta(t - T_0)\right]\sin\omega_0 t, \tag{27}$$

hvor $\mathbf{J}_0$ er afpasset således, at netop én foton er skabt (den rigtige værdi af $|\mathbf{J}_0|$ kan beregnes fra den generelle teori) får vi således udsendt en polykromatisk foton fra en sinusformig strømkilde, der svinger med grundfrekvensen ω_0, i et heltalligt antal perioder $n = \omega_0 T_0/(2\pi)$. Den udsendte foton har en bestemt energi E (er i en egentilstand for energien). Hvad er E lig med? Her er svaret fra den generelle teori:

$$E = \hbar\omega_0\left[\frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi n}\frac{\sin x}{x}\,dx\right]^{-1}. \tag{28}$$

Som vi ser på Fig. 6 , nærmer E sig hurtigt lærebogsresultatet $E = \hbar\omega_0$ for voksende n.

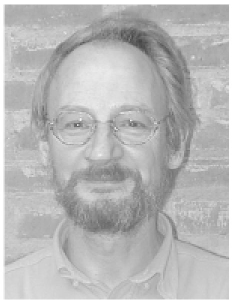
Referencer

1. J. R. Oppenheimer, "Note on light quanta and the electromagnetic field", Phys. Rev. **38**, 725-746 (1931).
2. L. Bialynicki-Birula, "Photon wave function", i *Progress in Optics XXXVI*, ed. E. Wolf, North-Holland, Amsterdam, 1996, 245-294, og referencer heri.
3. L. Silberstein, "Elektromagnetische Grundgleichungen in bivectorieller Behandlung", Ann. Phys. **22**, 579-586 (1907); *ibid* **24**, 783-784 (1907).

4. L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics*, Cambridge University Press, New York, 1995, og referencer heri.
5. M. Hawton, "Photon position operator with commuting components", Phys. Rev. **A59**, 954-959 (1999); *ibid* "Photon wave functions in a localized coordinate space basis", **A59**, 3223-3227 (1999).
6. O. Keller, "Propagator picture of the spatial confinement of quantized light emitted from an atom", Phys. Rev. **A58**, 3407-3425 (1998).
7. R. Y. Chiao and A. M. Steinberg, "Tunneling times and superluminality", i *Progress in Optics XXXVII*, ed. E. Wolf, North-Holland, Amsterdam, 1997, 345-405, og referencer heri.
8. G. Nimtz, "The special features of superluminal evanescent mode propagation", General Relativity and Gravitation **31**, 737-751 (1999).
9. O. Keller, "Relation between spatial confinement of light and optical tunneling", Phys. Rev. **A60**, 1652-1671 (1999).

Om forfatterne

Jacob Broe er cand. scient, ph.d.-studerende ved Institut for Fysik på Aalborg Universitet. Han arbejder her med den optiske tunneleffekt og lokaliseringsproblemet.



Ole Keller, dr. scient, er professor i teoretisk fysik ved Institut for Fysik, Aalborg Universitet. I de seneste år har hans forskning været centreret om studier af rumlig lokalisering af fotoner, én-foton bølgefunktioner i rum og tid, foton tunneleffekten, impulsmoment fotondrag i mesoskopiske ringe, optisk fasekonjugation af nærfelter, og ikke-lokale fænomener i relativistisk og urelativistisk kvanteelektrodynamik. Undervisningsmæssigt giver han i øjeblikket forelæsninger i kvantefysik og kvanteoptik ved universitetets fysik- og optikuddannelse.

Gamma Optronik udvider med et kendt ansigt og et nyt forretningsområde

Gamma Optronik er blevet endnu stærkere. Fra 1. marts 2000, vil *Michael Lund* være Gamma Optroniks ansigt i Danmark.

Udover det traditionelle marked for forskning og udvikling, bliver Michael Lund ansvarlig for opbygningen af en pan-Nordisk forretningsenhed med fokus primært på industrielle applikationer.

Den industrielle forretningsenhed vil være specialiseret inden for:

- materialebearbejdning med industrielle lasere (desktop manufacturing) fra UV til IR,
- UV til IR-vision,
- højpræcisionspositionering,
- optiske komponenter for OEM,
- optiske måleinstrumenter.

Kombinationen af det videnskabelige og industrielle segment – sammenholdt med Gamma Optroniks stærke produktportefølje og holdsammensætning – gør, at firmaet uden tøven kalder sig *Nordens stærkeste team*.

Hvem er Gamma Optronik?

Gamma Optronik er pan-Nordisk distributør og specialist i lasere og elektro-optiske løsninger til forskning og industri.

Gamma Optronik er i alt ti personer; heraf fire højt kvalificerede salgspersoner og to service-ingeniører med mange års erfaring inden for anvendt laserteknik og optik.

Produktportefølje

Gamma Optronik overtager Newport i Danmark og kan samtidig introducere nye attraktive priser!

I forbindelse med etableringen af Gamma Optronik i Danmark, bringer firmaet endnu en nyhed, nemlig at Gamma Optronik har overtaget forhandlingen af også Newport i Danmark.

Tilføjelsen af Newport falder, i følge Gamma Optronik, smukt i tråd med firmaets målsætning om at være fokuseret og kun tilbyde det bedste.

Newport produkterne er inddelt i fire kategorier, som hver har sit eget let overskuelige katalog:

- Motion Control,
- Optics and Mechanics,
- Vibration Control,
- Photonics.

Nærmere oplysninger

Gamma Optronik Danmark
Att. Michael Lund
Snerlevej 10
2820 Gentofte

Tel: 3976 1730
Fax: 3976 6062
E-mail: michael.lund@gammaoptronik.dk